

## ИЗПОЛЗВАНЕ НА МЕТОДА НА АЛЪН ЗА АНАЛИЗ НА ГРЕШКИТЕ В БЮДЖЕТЕН 3-ОСЕН ЖИРОСКОП ОТ 6-ОСЕН ЧИП MPU6050

**Живо Петров, Марин Маринов**

НВУ „В. Левски“, Факултет „Авиационен“ - Долна Митрополия  
e-mail: zhivo@abv.bg

*Ключови думи:* дисперсия на Алън, MEMS жироскоп, отместване на нулата, случайна грешка

*Резюме:* В доклада е направена оценка на грешките на цифров бюджетен MEMS жироскоп. Такава оценка е необходима да се построи модел на жироскопа. Ефективен начин за такива оценки е Метода на Алън, който използва средноквадратичното отклонение като функция на времето на осредняване. Идентифицирани и оценени са случайните грешки, което позволява да се използват при построяването на навигационни системи на малки летателни апарати.

## ALLAN VARIANCE ANALYSIS ON ERROR CHARACTERS OF LOW-COST MEMS 3-AXIS GYROSCOPE IN 6-AXIS MOTIONTRACKING DEVICE MPU6050

**Petrov Zhivo, Marinov Marin,**

Aviation Faculty, NVU „V. Levski“, Dolna Mitropolia, Bulgaria  
e-mail: zhivo@abv.bg

*Keywords:* gyroscope, Allan variance, bias instability, error, random walk, rate random walk.

*Abstract:* This paper gives an evaluation of low-cost MEMS digital gyroscope errors. Such evaluation is required to construct an appropriate model of the gyroscope. Allan Variance is a simple and efficient method for verifying and modelling the errors by representing the root mean square random drift error as a function of averaging time.

*In this paper the characteristics of MEMS gyroscope stochastic errors are identified and quantified, using Allan variance. The derived error model can be applied further to navigation systems of small aircraft.*

### 1. Въведение

Предимствата на технологията на микроелектромеханичните системи (MEMS) съвместно с миниатюризацията на електронните елементи прави възможно производството на леки нискобюджетни с малка консумация чипове, съдържащи инерциални сензори, които се използват за измерване на ускорения и ъглови скорости [9].

MEMS жироскопите дават на изхода си ъгловите скорости на летателния апарат, което се използва за определянето на ориентацията и местоположението. Точността на измерване обикновено зависи от различни източници на грешки, като отместване на нулата, нестабилност на отместването, случайна грешка и други. При интегрирането на измерванията от жироскопите в навигационните алгоритми, тези грешки водят до значително отклонение на местоположението и ориентацията на ЛА от истинските им стойности. За подобряване на точността на навигационните системи се използват различни видове алгоритми за комплексирание на инерциалните сензори с други сензори, като GPS приемници [8]. За постигането на необходимата точност на определяне на навигационните параметри са необходими точни модели на грешките на инерциалните сензори.

Грешките се дължат на източници на шумове, които са статистически независими и за тяхното моделиране са разработени различни методи. Честотния метод се основава на спектралната плътност на мощността [7]. Получени са няколко времеви метода за статистическо моделиране [4,14]. Най-използваният от тях е метода за във времевата област чрез дисперсия на Алън, който е разработен в средата на шестдесетте години на миналия век

за изследване на стабилността на честотата на високочестотни генератори [1, 2, 3, 5, 6, 12]. Дисперсията на Алън е директно измерима величина и може да осигури информация за вида и големината на различни шумови съставлящи. Методът е бил адаптиран за характеризиране на случайните отклонения в различни устройства, включително MEMS жирокопи [15, 16].

В този доклад е използван времеви анализ по метода на Алън за определяне на съставлящи на грешките на 16 бита, 3-осен MEMS жирокоп от 6-осния чип MPU6050.

## 2. Метод на дисперсията на Алън

Ако моментните стойности на изхода на жирокопа се отбележат с  $\omega(t)$ , то средната стойност за даден интервал от време се определя от израза:

$$(1) \quad \bar{\omega}_k(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} \omega(t) dt,$$

където  $\bar{\omega}_k(\tau)$  представлява осреднената стойност на изхода на жирокопа за интервал започващ от  $k$ -та стойност.

Дефинирането на средната стойност за следващия интервал е:

$$(2) \quad \bar{\omega}_{k+\tau}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_{t_k+\tau}^{t_k+2\tau} \omega(t) dt.$$

Разликата между осреднените стойности за двата интервала е  $d_k(\tau)$ :

$$(3) \quad d_k(\tau) = \bar{\omega}_{k+\tau}(\tau) - \bar{\omega}_k(\tau).$$

Дисперсията на разликите между средните стойности на всеки два съседни интервала  $\sigma_d^2(\tau)$  се определя от съотношението:

$$(4) \quad \sigma_d^2(\tau) = \langle (d_k(\tau) - \mu_k)^2 \rangle,$$

където:  $\mu_k$  е математическото очакване на  $d_k(\tau)$ ; а  $\langle \rangle$  е операция осредняване по интервали.

Дисперсията на Алън, като функция на времето за осредняване се дефинира като:

$$(5) \quad \sigma^2(\tau) = \frac{\sigma_d^2(\tau)}{2}.$$

Тъй като в цифровите жирокопи изходните данни са дискретни, то израз (5) добива вида:

$$(6) \quad \sigma_d^2(nT) = \frac{1}{2(K-1)} \sum_{k=1}^{K-1} (d_k(nT) - \mu_k)^2,$$

където:  $n$  е броя на дискретите в един интервал;  $K$  е броя на интервалите;  $T$  е периода на дискретизация.

Може да бъде показано, че процентната грешка  $\delta$  при оценяване на средно квадратичното отклонение (СКО) на Алън за даден интервал, поради крайния брой на интервали, се определя от израза [10]:

$$(7) \quad \delta = \frac{1}{\sqrt{2\left(\frac{N}{n} - 1\right)}},$$

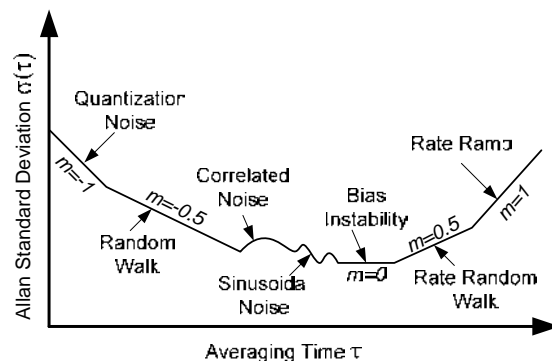
където  $N$  е броят на всички дискрети в набора данни.

За да се гарантира грешка под 25% от израз (7) се получава следното съотношение:

$$(8) \quad \frac{N}{n} \geq 9 \Rightarrow n \leq \frac{N}{9}.$$

Следователно броят на интервалите не трябва да бъде по-малко от девет.

Различните типове случайни процеси се проявяват с различен наклон и градиент в логаритмичната графика на средно квадратичното отклонение на Алън [11], както е показано на фиг. 1. Различните процеси обикновено се намират в различни области на оста  $\tau$ , което позволява лесно да бъдат идентифицирани [16].



Фиг. 1. Вид на логаритмичната графика на СКО на Алън

Стойностите на параметрите могат да се определят директно от графиката. За MEMS устройства, като MPU6050 най-важни процеси които се определят от тази графика са нестабилността на отместването и случайните грешки.

Източник на случайните грешки е бял шум, който се проявява на графиката като линия с наклон  $-0.5$ . СКО на грешката ъгъл, дължаща се на този шум, се определя по следното съотношение[11]:

$$(9) \quad \sigma_{rw} = \sigma(\tau_0) \sqrt{\tau_0},$$

където наклона на графиката за  $\sigma(\tau)$  е  $-0,5$  за  $\tau = \tau_0$ .

Нестабилността на отместването се появява като хоризонтална област около минимума, СКО на нестабилността на отклонението се определя от израза [11]:

$$(10) \quad \sigma_{bi} = \sigma(\tau_1) \sqrt{\frac{\pi}{2 \ln(2)}},$$

където  $\tau_1$  се избира около минимума на графиката.

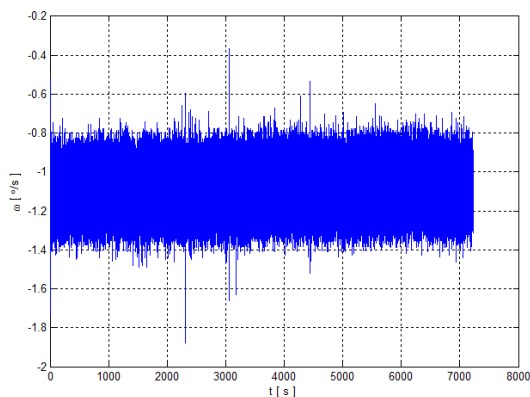
Скоростта на изменение на грешката по ъгъл се проявява като линия с наклон  $+0.5$  от графиката на  $\sigma(\tau)$  и се определя от израза [11]:

$$(11) \quad \sigma_{rrw} = \sigma(\tau_2) \sqrt{\frac{3}{\tau_2}},$$

където  $\sigma(\tau)$  има наклон  $+0,5$  за  $\tau = \tau_2$ .

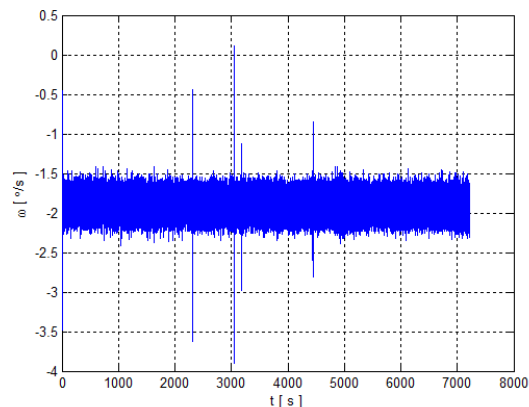
### 3. Резултати

Данните от MPU6050 са събрани с устройство описано в [13]. Жироскопите са установени в 16-битови данни в диапазон  $\pm 250^\circ / s$  и 50 Hz на за изходните данни. Данните са събрани за осем часа, като ъгловите скорости по осите (x,y,z) са показани на фигури от 2 до 4.



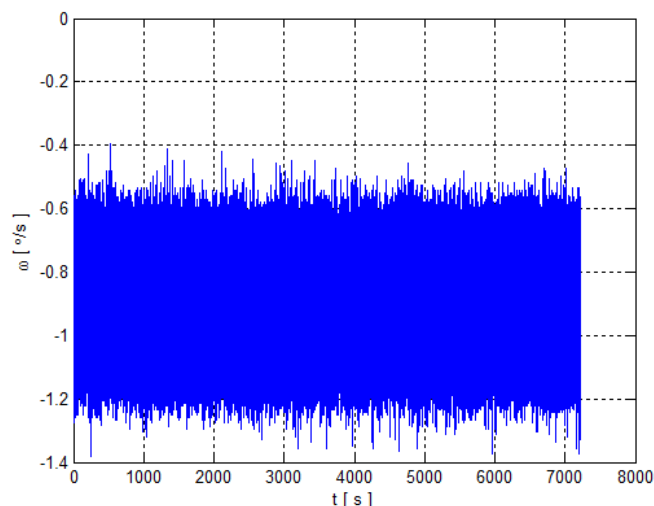
Фиг. 2.

Измервания на ъгловата скорост по оста x



Фиг. 3.

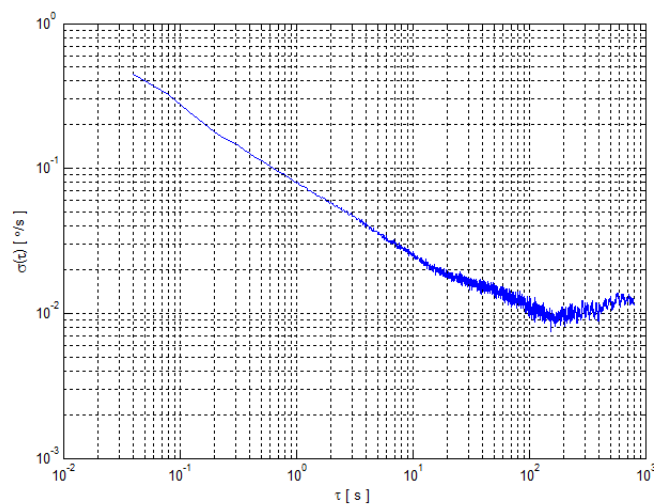
Измервания на ъгловата скорост по оста y



Фиг. 4. Измервания на ъгловата скорост по оста z

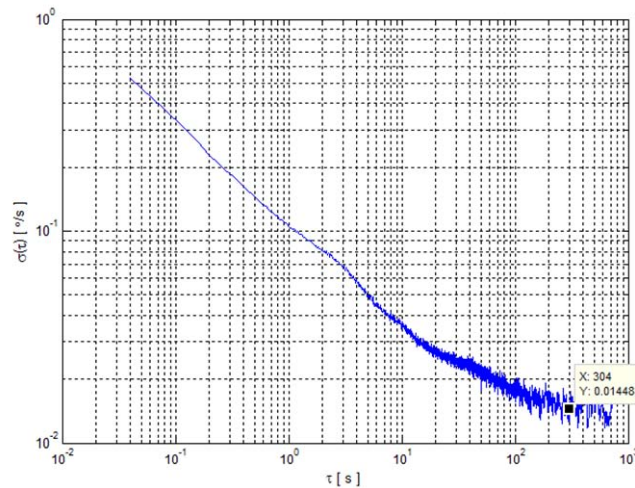
Нито една от осите не е ориентирана по посока на земното ускорение. Изменението на ъгловата скорост по всяка ос има различен характер, следователно и грешките ще бъдат различни.

СКО на Алън за всяка ос (x,y,z) е показана на фигури от 5 до 7.



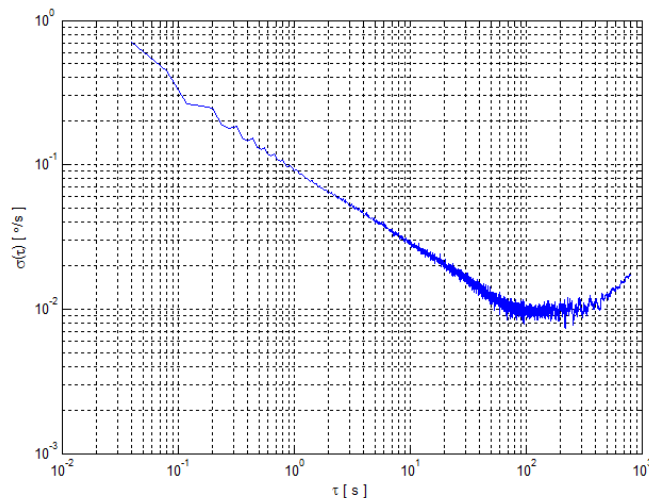
Фиг. 5. СКО на Алън по оста x

Фигура 5 показва, че наклона на кривата на СКО на Алън за диапазона  $\tau = 0,28 \div 2 s$  е  $-0,4974$ . Получена е стойност за СКО на грешката по ъгъл  $\sigma_{rw} = 7,972 \times 10^{-2} \text{ } ^\circ / \sqrt{s}$  като се използва израз (9) при  $\tau_0 = 1s$ . За СКО на нестабилността на отместването е получена стойност  $\sigma_{bi} = 1,35 \times 10^{-2} \text{ } ^\circ / s$  при  $\tau_1 = 150s$ . На фигурата липсва област от СКО на Алън с наклон позволяващ да се определи СКО на скоростта на изменение на грешката по ъгъл.



Фиг. 6. СКО на Алън по оста у

Фигура 6 показва, че наклона на кривата на СКО на Алън за диапазона  $\tau = 0,12 \div 1 s$  е  $-0,5169$ . Получена е стойност за СКО на грешката по ъгъл  $\sigma_{rw} = 10,29 \times 10^{-2} \text{ }^\circ / \sqrt{s}$  като се използва израз (9) при  $\tau_0 = 1s$ . За СКО на нестабилността на отместването е получена стойност  $\sigma_{bi} = 2,1 \times 10^{-2} \text{ }^\circ / s$  при  $\tau_1 = 304s$ . На фигурата липсва област от СКО на Алън с наклон позволяващ да се определи СКО на скоростта на изменение на грешката по ъгъл.



Фиг. 7. СКО на Алън по оста z

Фигура 7 показва, че наклона на кривата на СКО на Алън за диапазона  $\tau = 0,3 \div 2 s$  е  $-0,5047$ . Получена е стойност за СКО на грешката по ъгъл  $\sigma_{rw} = 9,143 \times 10^{-2} \text{ }^\circ / \sqrt{s}$  като се използва израз (9) при  $\tau_0 = 1s$ . За СКО на нестабилността на отместването е получена стойност  $\sigma_{bi} = 9,409 \times 10^{-3} \text{ }^\circ / s$  при  $\tau_1 = 127s$ . На фигурата липсва област от СКО на Алън с наклон позволяващ да се определи СКО на скоростта на изменение на грешката по ъгъл.

#### 4. Заключение

Методът на дисперсията на Алън представен в този доклад позволява да се определят различни случайни грешки в изходните данни на цифров жirosкоп. Характерните области от

кривата са определени и са намерени стойностите за различните видове грешки в жирокопа от чипа MPU6050.

Изследвани са статични данни за осем часов период от жирокопа в MPU6050. Повечето резултати от направения анализ са близки до декларираните от производителя, което доказва че използвания метод е адекватен.

Тъй като няма участъци от кривата на СКО на Алън с наклон-1 (Фиг.5-7), то може да се направи извода, че грешките от квантуване са много по-малки от останалите грешки и могат да бъдат пренебрегнати.

Резултатите от изследването на MPU6050 категорично показват, че грешките по ъгъл са най-големи за кратки интервали от време, докато за дълги интервали от време трябва да се отчита и нестабилността на отместването.

Експерименталните резултати осигуряват полезни оценки на параметрите на нискобюджетния жирокоп от чипа MPU6050.

### Литература:

1. Allan, D. W., "Statistics of atomic frequency standards," Proc. IEEE, vol. 54, no. 2, (1966).
2. Allan, D. W., "Time and frequency (time-domain) characterization, estimation, and prediction of precision clocks and oscillators", IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control, vol. UFFC-34, no. 6, (1987).
3. Allan, D. W., J. A. Barnes, "A modified "Allan Variance" with increased oscillator characterization ability", in Proc. 35th Annu. Freq. Control Symp., (May 1981).
4. Bendat, J. S., A. G. Piersol, *Measurement and Analysis of Random Data*, New York: John Wiley and Sons, (1966).
5. Chaffee, J. W., "Relating the Allan variance to the diffusion coefficients of a linear stochastic differential equation model for precision oscillators", IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control, vol. UFFC-34, no. 6, (1987).
6. Conroy, B. L., Le D., "Measurement of Allan variance and phase noise at fractions of a millihertz", Rev. Sci. Instrum., vol. 61, no. 6, (1990).
7. El-Sheimy, N., *Analysis and Modeling of Inertial Sensors Using AV*, IEEE Transaction on instrumentation and measurement, vol. 57, No.1, (2008).
8. Greवाल, M. S., L.R. Weil, A. P. Andrews, *Global positioning systems, inertial navigation, and integration*, Wiley, (2007).
9. Hulsing, R., "MEMS Inertial Rate and Acceleration Sensor", IEEE Position Location and Navigation Symposium, (1998).
10. IEEE Std 952-1997, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single Axis Interferometric Fiber Optic, 16 (1997)
11. IEEE Std 962-1997 (R2003) Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros, Annex C. IEEE, (2003).
12. Lesage, P., C. Audoin, "Characterization of frequency stability: Uncertainty due to the finite number of measurement", IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. IM-22, no. 2, (1973).
13. Petrov, Zh., M. Marinov, D. Dimitrov, *3-axis digital accelerometer data transfer controller*, Scientific conference , Aviation Faculty, D. Mitropolia, Bulgaria (2013).
14. Sinha, N., K. B. Kuszt, *Modeling and Identification of Dynamic Systems*, New York: Van Nostrand Reinhold, (1983).
15. Titterton, D. H., J. L. Weston, *Strapdown inertial navigation technology -2nd ed*, Institution of electrical engineers, UK, (2004)
16. Woodman, O. J., *An introduction to inertial navigation*, Cambridge, (2007)